商管科技季刊　第六卷　第三期　民國九十四年
Commerce & Management Quarterly, Vol. 6, No.3, pp. 357 ~ 372 (2005)

期貨與選擇權跨市場避險與套利之實證研究

AN EMPIRICAL RESEARCH ON HEDGE AND ARBITRATION FOR THE CROSS-MARKET OF FUTURES AND OPTIONS

許光華　朱國仁
朝陽科技大學財務金融系

Kuang-Hua Hsu　Kao-Jin Chu
Department of Finance
Chaoyang University of Technology

摘　要

Tucker（1992）等人期盼透過跨市場的操作，以尋求交易人在期貨與選擇權的有效資產配置，稱之為 Put-Call Futures Parity；但是 Tucker 的理論係一種靜態的分析，無法確切地描述交易人在交易日內的即時操作決策問題。本研究基於跨市場中期貨與選擇權具有相同標的物、相同到期日與結算價的特性，推演出比較動態式的跨市場避險及套利操作策略，以更即時的方式剖析市場的交易現象，並探究 2004 年 3 月份台指選擇權與台指期貨之避險與套利關係。研究發現買賣權與期貨之跨市場間確實存有避險與套利機會；然而，在考量交易成本後，可套利次數隨著交易成本增加而遞減；另因操作時間落後的因素，可能降低避險與套利的效果。

關鍵詞：跨市場模式、賣買權期貨平價、多重資產配置

ABSTRACT

The past researchers, like Tucker（1992）, anticipated to find the pricing model of multiple assets allocation for futures and options. The theory is put-call futures parity. Tucker’s model is a static theory that cannot support the investor’s decision but also reflect the parity of call and put in time. Based on the characteristics that the futures and options have same settlement price at the settlement day in cross markets, this research creates an appropriate hedge and arbitration models. We also examined the put-call futures parity between futures and options contracts written on Taiwan Stock Exchange Weighted Index during the period of March 2004. From the empirical evidences, we find there are potential arbitrage opportunities, but the opportunity declines with the increasing on transaction costs. The effects of hedge and arbitrage also run down as the time lag of operation.

Key Words**：**cross-market model, put-call futures parity, multiple assets allocation

壹、前言

一、研究背景

衍生性金融商品（Financial Derivatives）是指依附在標的資產（如利率、股票、匯率）或其他指標（如股價指數）的一種財務合約或金融工具。基本上衍生性金融商品係由傳統的金融工具（如債券、股票、外匯）所衍生而來，故又稱為衍生證券；其價值是由買賣雙方根據標的資產的價值（如債券利率、股票價格、匯率）或其他指標（如股價指數）來決定。

根據我國期貨交易法第三條規定，「期貨」包含期貨（Futures）、選擇權（Options）、期權（Options on Futures）等。綜觀我國期貨等衍生性金融商品發展的過程受外國法人影響相當深遠，溯自 1996 年 5 月，摩根史坦利資本國際公司（Morgan Stanley Capital International Co.）宣佈自該年 9 月 2 日起，將台灣股市納入其所編製之世界新興市場股價指數（Emerging Stock Market Index）後，外資法人隨即大幅加碼台灣股市，並將台灣納入其區域性投資組合名單中。隨著外資法人在國內股市投資的比重愈來愈大，他們除了帶來大量的資金外，亦帶入許多新的投資觀念與衍生性金融商品。1996 年 10 月芝加哥商業交易所（CME）、新加坡期貨交易所（SIMEX）先後宣布自次年元月起上市台股指數期貨及選擇權，造成相當大的震憾。經我政府主管機關邀集產、官、學界多次研議後，於 1997 年 5 月 31 日公布「發行人申請發行認購（售）權證處理要點」，奠定我國證券市場進入衍生性金融商品時代的基礎。

證券市場部分係以 1997 年 8 月 20 日大華證券推出臺灣有史以來第一檔認購權證「大華 01」，發行標的股票為國巨，於 9 月 4 日正式上市，其存續期間至 1998 年 9 月 3 日，共計一年；「大華 01」的發行，是揭開台灣金融市場步入衍生性商品化的重要里程碑。而後認購權證的推出如雨後春筍般，熱絡著證券市場；認售權證則因主管機關認為可能會打壓股市，遲至 2003 年 6 月才由元大京華證券公司首次發行台積電的認售權證，終於結束台灣股票衍生性商品之跛腳畸形發展。而 2003 年 6 月 30 日發行的指數股票型基金（ETF）配合期貨市場的台灣 50 指數期貨，又為台灣的衍生性金融市場注入一股新的活力。

期貨市場部分，則於 1998 年 7 月 21 日由台灣期貨交易所推出第一個期貨商品「臺灣證券交易所股價指數期貨契約」（簡稱台指期）。為因應市場需求，於市場運作一年後，1999 年 7 月 21 日再推出兩個股價指數期貨「臺灣證券交易所電子類股價指數期貨」（簡稱電子期），及「臺灣證券交易所金融保險類股價指數

期貨」（簡稱金融期）。接著又陸續推出「臺灣證券交易所股價指數選擇權」（簡稱台指選擇權）、「股票選擇權」、「臺灣證券交易所臺灣 50 指數期貨」。

我國期貨市場之迅速發展情形，可以由期交所「歷年各種期貨契約交易量統計資料」加以觀察，由 1999 年的成交契約口數 1,077,672 口，至 2001 年時已成長 4 倍為 4,351,390 口；2002 年更躍升至 7,944,254 口為 1999 年的 7 倍，而 2003 年的交易總數為 31,874,934 口，約達 1999 年的 28 倍；足見國人對期貨交易商品的接受度逐步提高，且積極參與操作，交易量才會如此快速地增加。另以「期貨市場成交值占股票市場成交值的比重」加以觀察得知，我國期貨市場的成交值占股票市場成交值的比重約在 25%。整體而言，我國的期貨市場的發展無論從交易量或成交值來衡量都是相當快速的，然而若與我國經濟發展情形相若的韓國比較，則韓國的期貨發展過程即足以作為我國的借鏡。因為他們在短短的四年內，竟然將期貨發展成比股票更具大眾化的商品，使得期貨的交易金額約達股票交易金額的三倍；相形之下，我國的期貨市場仍有相當大的發展空間。此外，若由我國期貨交易的交易人結構來觀察，目前仍以散戶的比例較高，法人的比例仍嫌不足。在此種市場特性下，一方面宜導入更多樣化的衍生性金融商品以豐富交易工具，另一方面則須強化衍生性金融商品的操作策略研究，俾使我國期貨市場朝規模擴大且生氣蓬勃的優質方向發展。

觀之當前的金融市場，的確有相當多的交易人從事衍生性金融商品的操作；然而，實務上卻發現交易人雖然確知衍生性金融商品具有套利及避險的功能，但是如何利用所持有的衍生性金融商品，再行避險或套利以降低投資風險或尋求套利機會之相關技術，則尚待開發。回顧自 Black and Scholes（1973）完成其選擇權訂價模式後，對於選擇權的計量方式已發揮了指引的作用，而其模式亦成為研究選擇權訂價相關問題的共同基礎；但是基於選擇權和期貨都是依附在具有實體之標的資產（Underlying Assets）所導引出來的衍生性金融商品，如其標的資產相同時，則可透過不同的衍生性金融商品來進行避險或套利，以規避持有單一衍生性金融商品的系統風險。換言之，如果交易人進行期貨買賣，即擔負著期貨部位的風險，此時如何應用期貨或選擇權部位進一步加以組合達到再套利與避險的目的，是一個值得研究的方向。然而，有關衍生性金融商品的再避險與再套利，在國內外均尚屬於一個新開發的領域，仍有許多發揮的空間。因此，本研究選擇針對此部份，進行理論與實務的相關研究。

二、研究目的

衍生性金融商品的發展已有相當久遠的歷史，但先前的期貨交易及選擇權交易往往失之雜亂無章，不但商品規格差異極大，而且交易雙方履見糾紛；直到近代具制度化的期貨交易所與選擇權交易所成立後，才有規格化商品的期貨契約及選擇權契約出現，而逐步建立了市場秩序。如期貨契約化商品始於 1970 年代芝加哥商業交易所（Chicago Mercantile Exchange，CME）旗下之國際貨幣市場（International Monetary

Market；IMM)，為因應當時黃金本位制度（Gold Standard）的崩潰，及各國為對抗浮動匯率制度的貨幣波動風險，推出第一個衍生性金融商品－外匯期貨契約以後，金融期貨規格化契約得以正式成立。而選擇權市場則於 1973 年「芝加哥選擇權交易所」（CBOE）正式成立後，選擇權商品成為衍金性金融商品發展最成功的交易商品之一。

衍生性金融商品的訂價理論，長久以來都是研究者關注的研究對象，如期貨商品的基差理論及選擇權市場的訂價理論即屬之；但是目前針對期貨商品和選擇權商品之間的跨市場再套利或再避險的訂價理論，則仍有不同的見解。如 Stoll（1969，1973）、Merton（1973）所推論的選擇權訂價理論，Klemkosky and Resnick（1979，1980）即認為其不足以說明選擇權的公平訂價問題，因而以其所設立的假設條件，針對選擇權中的買權（Call Option）及賣權（Put Option）推導出買賣權平價模型（Put-Call Parity Models)，並藉以探討選擇權市場的效率性及公平性。然而，由於其假設條件是在無交易成本且借貸資金成本相同的基礎下所推論的結果，所以 Philips and Smith（1980）又針對 Klemkosky and Resnick（1980）的研究加入交易成本的條件後，予以延伸擴展。

整體而言，研究者大都認為選擇權之買賣權模型是在評價選擇權市場的買權及賣權關係，但是若再加上期貨契約之後，是否仍以選擇權之買賣權平價模型作為跨市場的評價基礎則值得商確了。此種質疑係基於兩個理由，其一為選擇權的買賣權平價模型已能發揮避險與套利的功能，是否須再加入期貨契約而徒增交易成本的負擔；其二為期貨契約本身即含有風險，雖然可以價差交易、跨月份交易等方式進行避險，但是有關現貨部分的風險，仍須視其價格波動情形採取相對的交易策略。然而，將期貨與選擇權的買權與賣權加以組合，進一步研究期貨與選擇權的跨市場交易策略，若其操作績效足以抵銷交易成本，而有更好的避險效果或套利空間，則此種投資組合使得交易人有更豐富的避險與套利工具，是一個值得研究的方向。所以本研究以此為出發點，期盼從期貨基差理論和選擇權定價理論的再研究中，探討期貨與選擇權的跨市場避險與套利模式，並利用實證結果驗證模式的可行性。

貳、文獻探討

自九〇年代中期以來，金融市場中興起結構性金融商品及多重資產為主的衍生性商品，這些商品本身具有資產間高度的關連性作用（Correlation effects)，因此在市場的風險管理上激發了新的研究課題。譬如將外匯選擇權和存款組合成新的商品，或者將指數選擇權和指數期貨組合成為新的結構性金融產品等。此類金融創新對交易人而言，確實是增加了新的投資選擇，但是也因跨市場的交易操作使得風險曝露的部位增加，因此交易人須考量自己的風險偏好和風險承受度，建構合宜的資產配置。

新結構性商品不斷推出，導致交易人的風險承受和風險管理更趨複雜。目

前用來估計風險值（VaR）的方法相當多，包括蒙地卡羅模擬法在內，其本質都是先估算個別金融商品未來的的市場波動幅度，再以此衡量總體風險。而投資組合的風險則是由波動關連性所估計演算的結果。但是因為它係由未來值逆推回現在值，所以只要波動關連性的風險假設稍有改變，便會造成組合風險的 VaR 值極大的變動。此表示當市場出現異常或者不尋常的連動關係時，估計的 VaR 值則將完全失效或出現重大偏離，而交易人則會因風險暴露增加和避險程度不足，而引發金融商品的價格狂跌或猛漲，使得交易人的資金產生流動性缺口。因此，跨市場的金融商品避險，不僅要重視未來市況的推估，亦要考量未到期前各時點的風險管理；亦即利用市場的特性和交易法則，進行結構性金融商品的避險，才能真正達到風險規避或套利之目的。本研究在探討期貨與選擇跨市場避險與套利之操作策略，以下即針對選擇權計價模式、結合選擇權與期貨理論之相關研究、國內外相關研究等文獻分別加以回顧。

一、選擇權計價模式

選擇權計價模式的推導過程相當複雜，其價格變動除與標的物的價格的產生連動外，亦受總體經濟及個體經濟因素的影響，相當難以精確表示。除了 Brown 於 1827 年提出的 Brownian Motion 特性外，亦須加入 Ito（1951）所提出的 Itô Lemma 定理所描述的股價隨機變動的持質。而 Black and Scholes（1973）所推論出的歐式選擇權訂價模式，係由標的股價、履約價、無風險利率、到期日及標的股報酬率的標準差等五個變數所決定，只要這五個變數中的某一變數產生變動時，買權或賣權的價值即會跟隨著變動。但因 Black-Scholes 模型中並未考慮標的股票支付現金股息的因素，所以 Merton（1973）將之延伸至標的股支付現金股息下的選擇權評價模型。後來又因為 Black-Scholes 評價模式，須求解偏微分方程式，在很多情況下無法得到封閉解；因此，Cox and Ross（1976）及 Harrison and Kreps（1979）另發展了一種求解衍生性商品的評價方法，稱之為 Martingale 評價法（The Martingale Pricing Method）；此後，新奇選擇權（Exotic Options）的推陳出新大都是以上述數學理論做為基礎，再因應不同避險者之不同需求而加以設計。

二、結合選擇權與期貨理論之相關研究

Tucker（1992）提出「買賣權平價模式」（Put-Call Futures Parity）的關係式為 $\left(F_t^* - K_j\right)e^{-r(T-t)} = C_j - P_j$，說明了「股價指數期貨和某特定履約價之差距」的折現值會等於「該履約價之買權與賣權權利金的差距」。因為 Tucker 採用的折現率為無風險利率，所以 Lee and Nayar（1993）進一步導入借貸資金成本，使其產生更符合事實的結果；Fung and Fung（1997）再添加價格偏誤（Pricing error）的部分，使得 Tucker 的一般式更趨複雜。此一發展過程雖然可以指引出金融商品在到期時的操作策略，但是對於未到期日前操作方式的探討則付諸闕如。由於交易人在操作衍生性金融商品時，不一定會將其持有至到期日，可能在到期日前的某一時點即加以平倉；由此可見 Tucker 等之 Put-Call Futures Parity 的完整性仍有不足，但仍可藉助其理論基礎加以推演。

三、國外有關買賣權與期貨平價之研究

國外在買賣權期貨平價（Put-Call Futures Parity）的研究方面，有 Oldfield and Rovira（1984）針對期貨合約選擇權的訂價問題加以探討；在其研究中執行價是以交易日的期貨價差為基準，當交易日的期貨上漲而高於執行價時，買權即為價內選擇權；然而，目前市場上已沒有期貨合約選擇權的金融商品。Followill and Helms（1990）利用 Put-Call Futures Parity 模式研究黃金期貨的無風險套利問題，其研究發現交易成本是影響操作績效的關鍵因素，但該研究對於風險水準並未深入探討。Fung and Chan（1994）以 Tucker（1992）之 Put-Call Futures Parity 理論，實證 S&P500 與 MMI（主要商品指數）的套利關係；實證結果顯示期貨價格必須與買／賣權的無風險資產組合相等，但是套利的空間不大。

Marchand, Lindley, and Followill（1994）應用伸展盒平價（Box-Spread Parity）模型，並加入價格型態辨識程序 (Price-Pattern-Recognition Procedure)，測試 S&P500 指數期貨與選擇權的平價關係；實證結果顯示只有造市者（Market-makers）才能獲得套利的益處。Easton（1997）以雪梨交易所的資料探討跨市場的期貨與選擇權之平價關係，實證結果顯示僅在系統性波動情況下，價內賣權有價格低估的情形，但低估的程度並不嚴重。Draper and Fung（2002）採用買賣權期貨平價關係探討 FTSE-100 指數期貨與 FTSE-100 歐洲指數選擇權合約的套利效率；研究結果呈現出買權－賣權－期貨之三重組合的套利空間，在每一交易日均呈現 U 型的形態；換言之，在每一交易日的開盤與收盤時段較有套利空間，其他時段之套利空間較少。

四、國內有關買賣權與期貨平價之研究

國內有關期貨與選擇權跨市場之研究，如陳嘉添（2002）以假設台灣加權股價指數選擇權與交易所買賣基金具有相同之標的物（台灣加權股價指數)，在考量交易成本下、運用無套利原則（No-arbitrage principle）推導兩者之理論關係。並實證 2002 年 1 月至 4 月台指選擇權與台指期貨市場間之套利關係，在考量交易成本、借貸利率差異、期貨與選擇權保證金等因素後，發現可套利次數隨著交易成本增加或保證金的增加而遞減。此外，若台指選擇權於交易當時愈偏離價平，則交易之可套利幅度愈大。最後，採取放空期貨搭配選擇權避險之策略則優於採用買進期貨搭配選擇權避險之策略。

徐秀丰（2003）利用 Put-Call Futures Parity 的關係式，實證台股期貨及台指選擇權自 2002 年 5 月至 2003 年 4 月間的日成交資料進行配對研究，發現造市者比非造市者更具套利機會。黃亦駿（2003）運用多種無套利關係式（買權賣權下界限制式、買權賣權平價關係、買賣權價差關差、蝶狀價差及買權賣權期貨平價關係）探討手續費削價競爭對市場的效率性是否有影響，其研究結果發現若係、盒狀價不考慮交易成本時，買權有被明顯低估的現象，而當考量交易成本及現股放空限制後，臺灣市場具有效率性。郭政緯（2003）亦以 Put-Call Futures Parity 為基礎，檢視從 2002 年 1 月至 12 月之日內資料，其實證結果顯示台灣加權指數選擇權上市後，台指期貨

和選擇權確實有套利機會存在，且套利利潤會隨著距到期日的增加而顯著增加。馮耀文（2003）以台灣期貨交易所之小型股價指數期貨與臺指選擇權為研究樣本，結果發現開盤與收盤較具有套利機會與套利空間。

五、文獻探討之綜合評述

前述的研究，大都以 Tucker（1992）之 Put-Call Futures Parity 為理論基礎，但因 Tucker 的理論僅能觀測到金融商品到期時的價格行為，在未到期前如何取得避險功能與套空間則尚未見研究。因此，本研究以此為切入點，進行 Put-Call Futures Parity 的避險與套利模式之研究與實證。本研究擬採三個步驟進行分析，第一個步驟為期貨與現現貨之操作分析，第二個步驟為選擇權與現貨的操作分析，第三個步驟為期貨與選擇權的操作分析，期盼推導出較完整的 Put-Call Futures Parity 模式。

參、分析方法

在研究方法上，主要在建構期貨與選擇權的跨市場避險模式與套利模式，茲分別說明如後：

一、期貨與選擇權跨市場避險模式的建構

在期貨與選擇平價模式（Put-Call Futures Parity）中，主要是基於標的物相同、到期日相同、結算價格相同，則期貨價格與選擇權價格兩者間，即具有避險與套利的空間，達到平價（parity）的效果。而期貨價格為現貨價格與存貨成本之和，選擇權價格為選擇權內涵價值與選擇權時間價值之和，其關係如圖 1 所示。因此，本研究利用基差原理，藉以建構期貨與現貨的無風險避險模式、選擇權與現貨之無風險避險模式、選擇權與期貨的無風險避險模式等三個模式。

(一) 基差原理

基差（basis）=現貨價格（Spot）–期貨價格（Future）

$$= S_t - F_{t,T}$$

令 $Future = F_{t,T}$ （t→T）

期貨商品係一具有存續期間之衍生性金融商品，所以其到期日為 T，而交易人的交易時點，為 t 時點，表示由交易日至到期日的期間為 t→T。

S_t：（第 t 日的現貨當日報價）
S_T：到期日（T）的現貨報價（結算價）
D：現貨（標的股）的股利

(二) 期貨與現貨的無風險避險模式

假設市場存在無風險避險模式，則今日同時買進現貨與放空期貨，可以得到無風險組合。換言之，目前買進現貨（S_t），同時賣出期貨，須繳交 m 元保證金，設無風險利率為 r，若僅考慮一期，則無風險避險模利可表示如表 1：

$$\because F_{t,T} - S_t(1+r) + D = 0 \Rightarrow F_{t,T} = S_t(1+r) - D \qquad (1)$$

$$\because \frac{D}{S_t} = \text{股利報酬率} = d$$

若考慮 t 期的連續複利條件，則可將上式的利率轉換成：

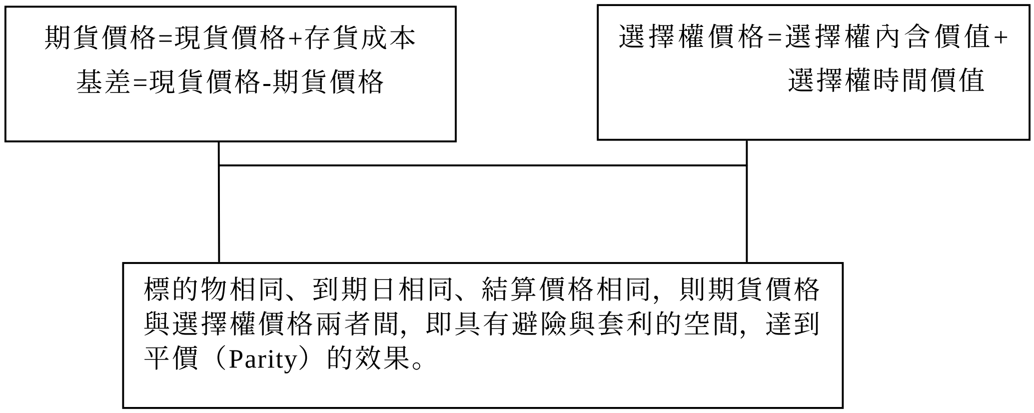

圖1　期貨與選擇權平價理論示意圖

表 1　期貨無風險避險模式說明表

交易策略	t 時點的現金流量	T 時點的現金流量
借入款項	$S_t + m$	$-(S_t + m)(1+r)$
1.買進現貨	$-S_t$	$S_t + D$
2.賣出期貨	$-m$	$(F_{t,T} - S_t) + m(1+r)$
淨部位	0	$F_{t,T} - S_t(1+r) + D$

註：1.買期貨及 2.賣期貨係同時操作。

$$F_{t,T} = S_t e^{(r-d)(T-t)} \tag{2}$$

若 d＝0，無配股息時

$$F_{t,T} = S_t e^{r(T-t)} \tag{3}$$

if　t=0 $\Rightarrow F_{t,t} = S_0 e^{(T-t)}$

t=T $\Rightarrow F_{t,t} = S_0 e^{(T-T)} = S_0 = S_T$

(三) 選擇權與現貨之無風險避險模式

令 $C_{j,t,T}$：某一特定履約價 Kj 在 t 時點的買權報價

$P_{j,t,T}$：某一特定履約價 Kj 在 t 時點的賣權報價

S_t：現在的現貨報價

S_T：到期時的結算價，由期交所公告

K_j：某一特定選擇權的執行價（履約價）

T-t：存續期間

由表 2 的說明，得知買權與現貨之無風險避險關係如公式(4)所示：

$$C_{J,t,T} = MAX(0, S_T - K_J) \tag{4}$$

同理可得出賣權與現貨之無風險避險關係如公式(5)所示：

$$P_{J,t,T} = MAX(K_J - S_T) \tag{5}$$

(四) 期貨與選擇權無風險避險模式之建構

表 2　買權無風險避險模式說明表

交易策略	T 時點的現金流量	T 時點的現金流量	
		$S_T \geq K_J$	$S_T \leq K_J$
買進買權	$-C_{J,t,T}$	$S_T - K_J \geq 0$	0
放空現貨	$+S_t$	$-S_T$	$-S_T$
借入款項 $\frac{K_J}{(1+r)^t}$	$\frac{-K_J}{e^{r(T-t)}}$	K_J	K_J
淨現金流量	$-C_{J,t,T} + S_t - \frac{K_J}{e^{r(T-t)}}$	0	$K_J - S_T$

1. 期貨與選擇權無風險避險模式係基於以下的三點推論：

推論一、因本研究標的皆為大盤指數，衍生性金融商品中的期貨為指數期貨，選擇權為指數選擇權，其標的物相同，則投資人針對相同的指數點數進行操作時，買進期貨的價位漲跌幅會與買進某一持定履約價的買權的權利金漲跌幅一致,因此交易人如果要規避交易風險，可以利用賣出期貨買進買權來規避風險。

推論二、反之，投資人可利用買進期貨和買進賣權的方式來進行避險。

推論三、若不考慮交易成本及其他因素，到期日期貨交易所會公告結算價，做為期貨及選擇權商品的結算標準，而令此結算價為 $F_{T,T}$，一定相等於到期時的現貨價格 S_T，可以用 $F_{T,T} = S_T$ 來表示現貨與衍生性金融商品到期相等的狀態。

2. 推論的說明

(1) 在操作上若買進買權並同時放空期貨，而期貨放空價位相等於買權之履約價格，到期時之操作績效可用下式來表示：

$$F_{t,T} - F_{T,T} = C_{J,t,T} - MAX\left(0, S_T - K_J\right) \qquad (6)$$

∵ $F_{T,T} = S_T =$ 結算價……由期交所公告
→上式可改寫成

$$F_{t,T} - S_T = C_{J,t,T} - MAX\left(0, S_T - K_J\right) \qquad (7)$$

此時存有下列三種情況：

a. $S_T = K_J$ 時

$$F_{t,T} - K_J = C_{J,t,T} - 0 = C_{J,t,T} \qquad (8)$$

但因期貨放空價位相等於 K_J，將其代入後，推知：
$\Rightarrow K_J - K_J = C_{J,t,T}$

b. $S_T > K_J$ 時

$$F_{t,T} - S_T = C_{J,t,T} - MAX\left(S_T - K_J\right)$$

但因期貨放空價位相等於 K_J，將其代入後，推知：

$$\Rightarrow K_J - S_T = C_{J,t,T} - (S_T - K_J) = C_{J,t,T} \quad (9)$$

c. $S_T < K_J$ 時

$$F_{t,T} - S_J = C_{J,t,T} - 0 = C_{J,t,T}$$

但因期貨放空價位相等於 K_J，將其代入後，推知：

$$\Rightarrow K_J - S_T = C_{J,t,T} \quad (10)$$

此時需視 $K_J - S_T$ 的差是否大於 $C_{J,t,T}$，而有下列三種結果：

(a)若 $K_J - S_T > C_{J,t,T}$，則有獲利，其獲利為 $MAX(K_J - S_T) - C_{J,t,T}$

(b)若 $K_J - S_T = C_{J,t,T}$，則損益兩平

(c)若 $K_J - S_T < C_{J,t,T}$，則有損失，其最大損失為 $C_{J,t,T}$

(2) 在操作上若買進賣權並同時作多期貨，而期貨放空價位相等於賣權之履約價格，到期時之操作績效可用下式來表示：

$$F_{T,T} - F_{t,T} = P_{J,t,T} - MAX(K_J - S_T, 0) \quad (11)$$

∵ $F_{T,T} = S_T =$ 結算價……由期交所公告

→上式可改寫成

$$S_T - F_{t,T} = P_{J,t,T} - MAX(0, K_J - S_T) \quad (12)$$

此時亦存有下列三種情況：

a. $S_T = K_J$ 時

$$K_J - F_{t,T} = P_{J,j,T} - P_{J,j,T}$$

但因期貨放空價位相等於 K_J，將其代入後，推知：

$$\Rightarrow K_J - K_J = P_{J,t,T} = 0 \quad (13)$$

b. $S_T > K_J$ 時

$$S_T - F_{t,T} = P_{J,t,T} - 0 = P_{J,t,T}$$

但因期貨放空價位相等於 K_J，將其代入後，推知：

$$\Rightarrow S_T - K_J = P_{J,t,T} \quad (14)$$

此時需視 $S_T - K_J$ 的差是否大於 $P_{J,t,T}$，而有下列三種結果：

(a)若 $S_T - K_J > P_{J,t,T}$，則有獲利，其獲利為 $MAX(S_T - K_J) - P_{J,t,T}$

(b)若 $S_T - K_J = P_{J,t,T}$，則損益兩平

(c)若 $S_T - K_J < P_{J,t,T}$，則有損失，其最大損失為 $P_{J,t,T}$

c. $S_T < K_J$ 時

$$\begin{aligned} S_T - F_{t,T} &= P_{J,t,T} - MAX(K_J - S_T, 0) \\ &= P_{J,t,T} - (K_J - S_T) \end{aligned}$$

但因期貨放空價位相等於 K_J，將其代入後，推知：

$$\Rightarrow S_T - K_J = P_{J,t,T} - (K_J - S_T) \quad (15)$$

(3) 在操作上，若以相同履約價的選擇權，同時進行買權、賣權與期貨的操作；則到期時之操作績效可以式(16)、(17)表示：

$$F_{t,T} - F_{T,T} = C_{J,t,T} - MAX(0, S_T - K_J) \quad (16)$$

$$F_{T,T} - F_{t,T} = P_{J,t,T} - MAX(K_J - S_T, 0) \quad (17)$$

將式(16)、(17)結合後，得到：

$$\begin{aligned} F_{T,T} - F_{t,T} = {} & MAX(0, S_T - K_J) - C_{J,t,T} + P_{J,t,T} \\ & - MAX(K_J - S_T, 0) \end{aligned} \quad (18)$$

$$F_{t,T}-F_{T,T}=C_{J,t,T}-MAX(0,S_T-K_J)+MAX(K_J-S_T,0)-P_{J,t,T} \quad (19)$$

亦即做多期貨策略，可由選擇權的逆轉組合（買進買權並同時賣出賣權）來呈現；做空期貨策略，可由選擇權的轉換組合（賣出買權並同時買進賣權）來表示之。

$\because F_{T,T}=S_T$，先行考量(18)式的三種可能情況，解析如下：

if $S_T>K_J$

$$S_T-F_{t,T}=S_T-K_J-C_{J,t,T}+P_{J,t,T}-0$$

$$F_{t,T}-K_J=C_{J,t,T}-P_{J,t,T} \quad (20)$$

if $S_T<K_J$

$$S_T-F_{t,T}=0-C_{J,t,T}+P_{J,t,T}-K_J+S_T$$

$$F_{t,T}-K_J=C_{J,t,T}-P_{J,t,T} \quad (21)$$

if $S_T=K_J$

$$S_T-F_{t,T}=0-C_{J,t,T}+P_{J,t,T}-0$$

$$F_{t,T}-K_J=C_{J,t,T}-P_{J,t,T} \quad (22)$$

再考量(19)式的三種可能情況，解析如下：

if $S_T>K_J$

$$F_{t,T}-S_T=0-P_{J,t,T}+C_{J,t,T}-S_T+K_J$$

$$F_{t,T}-K_J=C_{J,t,T}-P_{J,t,T} \quad (23)$$

if $S_T<K_J$

$$F_{t,T}-S_T=K_J-S_T-P_{J,t,T}+C_{J,t,T}$$

$$F_{t,T}-K_J=C_{J,t,T}-P_{J,t,T} \quad (24)$$

if $S_T=K_J$

$$F_{t,T}-K_J=C_{J,t,T}-P_{J,t,T}$$

$$F_{t,T}-K_J=C_{J,t,T}-P_{J,t,T} \quad (25)$$

上列的公式(20)-(25)說明了即期的期貨的價格可以選擇權市場的即時報價呈現出來，而且不論交易人對於未來盤勢的看法如何，皆可以現在的 t 時點所呈現的選擇權價格來規避其風險。

這說明了只要 F_t 與 K_J 之間的值能夠測知，則交易人就可以在交易日的該時點中，從期貨與選擇權履約價與買權權利金與賣權權利金的差距關係中，利用公式 $F_{t,T}-K_J=C_{J,t,T}-P_{J,t,T}$ 來決定其動態避險及套利策略。

由公式(20)-(25)得知，期貨市場與選擇權市場存在一必然性的關係式，亦即 $F_{t,T}-K_J=C_{J,t,T}-P_{J,t,T}$，可以解釋期貨與選擇權兩個市場是隨時處於一種相對性動態平衡關係，雖然本研究並無法說明該時點的價格應為多少，但可確知的是，只要交易人決定某一時點的期貨操作價位時，即能推測該時點在選擇權市場中的某一選擇權履約價與期貨的價差，會等於該履約價的買權權利金減去賣權權利金的值，這表示著兩市場間的動態性地調整，是一種隨時均衡的行為，而非不可預測的。而交易人無論是採取作多期貨或者放空期貨策略，最好是搭配相對應的選擇權以規避彼此的系統風險。如交易人在選擇權市場中針對特定履約價之合約買進買權並賣出賣權，組合成逆轉組合（Reversals），並在期貨市場中採行放空期貨之策略，兩者可以完全規避期貨及選擇權市場的風險。若依公式(19)可知，交易人在期貨市場中進行作多操作，而在選擇權市場針對特定合約之履約價，採行賣出買權和買進賣權的轉換組合（Conversion），亦可完全規避兩者之市場風險。

二、期貨與選擇權跨市場套利模式的推導

套利空間的存在，是因為市場交易人眾多，且有未能即時反應上述理論價格時才會產生，亦即利潤（U）會因 $F_{t,T} - K_J = C_{J,t,T} - P_{J,t,T}$ 的左右兩側不均等而產生。在實務上只要市場存在著投機者，這種利潤的存在都不會太久，但確實是存有套利的機會。以下四種情況即可能出現套利空間：(一)利潤（U）是放空的期貨價格減去買進買權及賣出賣權的差大於零，如式(26)所示；(二)放空的期貨價格減去買進買權及賣出賣權的差小於零，如式(27)；(三)買進期貨減去賣出買權及買進賣權的差大於零，如式(28)；(四)買進期貨減去賣出買權及買進賣權的差小於零，如式(29)。即：

$$U = F_{t,T} - K_J > C_{J,t,T} - P_{J,t,T} \tag{26}$$

$$U = F_{t,T} - K_J < C_{J,t,T} - P_{J,t,T} \tag{27}$$

$$U = F_{t,T} - K_J > (-C_{J,t,T} + P_{J,t,T}) \tag{28}$$

$$U = F_{t,T} - K_J < (-C_{J,t,T} + P_{J,t,T}) \tag{29}$$

以上已分別針對買賣權期貨平價理論之避險模式與套利模式加以推導，以下即以此進行實證研究。

肆、實證研究

一、研究期間與樣本

本研究期間為 2004 年 3 月 2 日至 3 月 17 日，樣本係以台灣期貨交易所之交易商品，「臺灣證券交易所股價指數期貨契約，（簡稱台指期）」及「臺灣證券交易所股價指數選擇權，（簡稱台指選擇權）」之日內資料整理而成的每一分鐘資料做為樣本，本研究採用一分鐘交易資料做為樣本，係用以觀察在極短的時間內，期貨與選擇權市場是否即時進行著動態式的價格調整，所以未以十五分鐘或三十分鐘做為研究期間。因實務上期貨及選擇權之交易時間為每個營業日的 8:45 起至 13:45 分止；但考量期貨交易在 13:40 分時係採集合競價方式一盤交易，於 13:40 至 13:45 分內僅接受委託，不予以成交，而選擇權交易則無此限制，所以在 13:40 至 13:45 分內無法同時研究兩者之互動。故本研究將期貨及選擇權交易資料樣本定為每營業日的 8:45 至 13:39 分的每一分鐘資料；樣本在研究期間之每分鐘資料係以該分鐘第一筆成交資料做為該分鐘的研究樣本。另因研究時期貨指數位於 6900 附近；為配合本研究之研究設計，選擇權樣本亦以 6900 之履約價做為本研究之選擇權對象，針對該履約價的買權及賣權在研究期間內的每營業日內的每分鐘資料進行實證研究。因 2004 年 3 月 17 日為期貨及選擇權到期；3 月 18 日為結算日，所以研究期間為 2004 年 3 月 2 日至 17 日止。

二、資料來源

本研究之實證資料來源為台灣期貨交易所之歷史交易資料，因該資料係未經整理之原始資料，每天之交易筆數皆達數萬筆，無法直接進行資料比對；所以經整理為每分鐘成交資料後再進行模式驗證。經整理後每一營業日之每分鐘期貨交易資料為 295 筆；同樣地，每一營業日每分鐘選擇權之買權與賣權交易資料各 295 筆；十二個營業日共整理出 3,540 筆資料。

三、避險模式之驗證

由於本研究在探討「買賣權－期貨平價」（Put-Call Futures Parity），亦即由選擇權市場與期貨市場的跨市場操作，因此從成本面考量必須加計交易成本。在實務上，期貨交易稅和證券商的手續費是必須的交易成本，所以在尋求避險或套利時，若其利得無法涵蓋交易成本時，則實際交易時必然會產生損失，因為期貨交易所的期貨交易稅負是以指數成交點數、合約規格、萬分之二點五之乘積；期貨與選擇權的算法一樣。而手續費則只訂上限不訂下限，上限不得超過 1,200 元；但是目前市場上競爭極為激烈，出現削價現象。本研究以買賣期貨手續費各為 800 元列計，所以來回買賣期貨的手續費為 1,600 元，另加上期交稅 1,200 元。至於選擇權的手續費加期交稅以 300 元為基礎，買賣一次須 600 元，合計買賣期貨與選擇權的交易成本為 3,400 元。以期貨合約一點 200 元計算，約須具有 17 點的價差，交易人才能達到完全的避險。以表 3 之(B)欄得知，在研究樣本中，有 78.6%的無風險套利機會。

四、套利模式之實證研究

在跨市場避險上，期貨與選擇權之間確實可以進行各種避險操作，已如上述，但對交易人而言套利或許是其交易的主要目的，所以本研究以 2004 年 3 月 2 日至 3 月 17 日之樣本期間，將台灣期貨交易所之交易商品，「臺灣證券交易所股價指數期貨契約，（簡稱台指期）」及「臺灣證券交易所股價指數選擇權，（簡稱台指選擇權）」之日內資料整理而成的每一分鐘資料作為樣本進行實證研究；並考量以電子交易（系統交易）的運用，所以本研究針對三種狀況，加以實證：(一)原始套利空間是否存在？(二)若加計交易成本後的原始套利空間是否依然存在？(三)實務上看到套利空間的價差出現時，交易人會由於需經電子交易或人工下單交易，而延遲至下一分鐘成交；所以本研究針對(二)再進行分析，以檢驗電子交易或人工交易的價差套利的實務可能性，而此部分的研究尚未成為研究者研究的重點，其結果為誤導交易人誤判套利空間之可能性。所以本研究認為有時候即使交易人看到價差存在，但因作業上的時間落後，可能無法及時掌握套利的契機。

實證結果如表 3 所示，本研究的總樣本數為 3,540 筆每分鐘資料；其中狀況(一)符合的樣本數為 2,783 筆，為總樣本的 78.61%；但若加計交易成本後，則套利筆數降到 318 筆，為總樣本數的 8.98%，亦為狀況(一)的 11.42%。由此可知未考慮交易成本前市場上確實一直存在著套利空間，但考量成本後，真正有套利空間的機率立即下降至一成左右。再以狀況(二)的條件所得出的次數為 197 次，為總樣本數的 5.56%，為不考量交易成本的 7.07%，但為考量交易成本後的 61.9%；亦即交易人在市場出現套利機會時，馬上進行套利操作，其可能成功機率仍有高達 61.9%，而可能無法成功的機率為 38.1%。

若再針對狀況(三)的條件加以分析，因本研究係將每一營業日的交易時間分成四個階段；分別是 8:45~9:30（早盤）、9:30~11:00（中盤 1）、11:00~12:30（中盤 2）、12:30~13:39（尾盤），研究結果發現每一交易日的套利出現時段與

表 3　實證結果分析表

總樣本數 (A)	考慮交易成本後的無風險套利機會(B)	考量交易成本後的機會(C)	套利機會在次一分鐘再出現的次數(D)
3,540	2,783	318	197
100%	78.61%　(B/A)	8.98%　(C/A)	5.56%　(D/A)
		11.42%　(C/B)	7.07%　(D/B)
			61.9%　(D/C)

表 4　套利出現時段與次數統計表

套利出現時間	早盤 (8:45-9:30) 出現套利次數	中盤 1 (9:30-11:00) 出現套利次數	中盤 2 (11:00-12:30) 出現套利次數	尾盤 (12:30-13:39) 出現套利次數
3 月 2 日	0	0	0	2
3 月 3 日	12	1	18	10
3 月 4 日	0	15	62	40
3 月 5 日	14	1	0	0
3 月 8 日	0	0	0	1
3 月 9 日	4	0	0	6
3 月 10 日	0	2	0	1
3 月 12 日	3	0	0	0
3 月 15 日	0	0	7	0
小計	33	19	80	67

次數如表 4 所示。實證結果發現在每一營業日的早盤及尾盤出現的機率會較頻繁，而且價差很容易出現，究其原因係早盤易受其他因素干擾（如前一日國際股市收價情況或特殊消息所影響）所以波動性較大，易出現價差或套利空間；而尾盤因交易人有留倉風險之考量，所以其價差出現的機會亦較頻繁；而中盤時段因消息較少或為午休用餐時間，往往較無明顯的套利價差可以進行操作，但是中盤 2 的情況則顯示套利空間出現的時機相當集中。

伍、結論

經由本研究得到幾個重要發現：(一)期貨與選擇權之跨市場避險與套利是可以達到的；(二)以本研究所建構的模式，與 Tucker（1992）的模式一樣可以達到避險與套利的效果，但本研究的模式較具有動態性；(三)若考慮交易成本及時間落後問題，跨市場套利在實務操作上仍會有追價不及的風險；(四)在每個交易日的早盤和尾盤時間較容易出現跨市場套

利空間，研究結果與 Draper and Fung（2002）的研究結果相仿；(五)跨市場避險策略的選擇與避險效果在交易日的各個時點即可確認，無須至結算日才能決定，即本研究所建構的模式具有及時決策的功能；(六)若能輔以電子交易或程式交易，即可改善操作上時間落後的問題；(七)本研究呈現出操作時間落後因素可能降低避險與套利之效果，表示需有一預測模型來預測標的物之下一期價格，作為下一個避險或套利之操作依據，而非僅在價格實現後再採取策略，此點可作為未來研究之參考。

致謝

感謝國科會專題研究補助，計畫編號：NSC94-2416-H-324-013。

參考文獻

一、 中文部分

1. 徐秀丰(2003), 台股期貨對台指選擇權之套利研究，輔仁大學金融研究碩士論文。
2. 陳嘉添(2002), 買權賣權評價理論之套利研究：台指選擇權對台指期貨與交易所買賣基金對台指選擇權，國立台灣大學財務金融學研究所碩士論文。
3. 黃亦駿(2003), 臺股指數選擇權市場效率性研究，銘傳大學財務金融學研究所碩士論文。
4. 郭政緯(2003), 台股指數期貨與選擇權套利性之實證研究，東海大學企業管理學系碩士論文。
5. 馮耀文(2003), 臺指選擇權套利課題之研究，淡江大學管理科學研究所碩士論文。

二、英文部分

1. Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. Journal of Ploitical Economy, 81, 637-659.
2. Cox, J. C., & Ross, S. (1976). The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes. Journal of Stocbastic Processes, 3, 145-166.
3. Draper, P., & Fung, J. K. (2002). A Study of Arbitrage Efficiency between the FTSE-100 Index Futures and Options Contracts. Journal of Futures Markets, 22(1), 31-58.
4. Easton, S. A. (1997). Put-Call Parity with Futures-Style Margining. Journal of Futures Markets, 17(2), 215-227.
5. Followill, R. A., & Helms, B. P. (1990). Put-Call-Futures Parity and Arbitrage Opportunity in the Market for Options on Gold Futures Contracts. Journal of Futures Markets, 10(4), 339-352.
6. Fung, J. K., & Chan, K. C. (1994). On the Arbitrage-Free Pricing Relationship between Index Futures and Index Options: A Note. Journal of Futures Markets, 14(8), 957-962.

7. Fung, J. K., & Fung, A. K. (1997). Mispricing of Index Futures contracts: A Study of Index Futures Versus Index Options. The Journal of Derivatives, Winter, 37-45.

8. Harrison, M., & Kreps, D. (1979). Martingales and Multiperiod Securities Markets. Journal of Economic Theory, 20, 381-408.

9. Klemkosky, R., & Resnick, B. (1979). Put-Call Parity and Market Efficiency. Journal of Finance, 34, 1141-1155.

10. Klemkosky, R., & Resnick, B. (1980). An Ex-ante Analysis of Put-Call Parity. Jouranl of Financial Economics, 8, 363-378.

11. Lee, J. H., & Nayar, N. (1993). Transactions Data Analysis of Arbitrage between Index Options and Index Futures. Journal of Futures Markets, 13(7), 889-902.

12. Marchand, P. H., Lindley, J. T., & Followill, R. A. (1994). Further Evidence on Parity Relationships in Options on S&P 500 Index futures. Journal of Futures Markets, 14(6), 757-771.

13. Merton, R. (1973). Theory of Rational Option Pricing. Bell Journal of Economics and Management Science, 4, 141-183.

14. Oldfield, G. S., & Rovira, C. E. (1984). Futures Contract Options. Journal of Futures Markets, 4(4), 479-490.

15. Philips, S., & Smith, C. (1980). Trading Costs of Listed Options: The Implications for Market Efficiency. Journal of Financial Economics, 8, 179-201.

16. Stoll, H. (1969). The Relationship between Put and Call Option Prices. Journal of Finance, 24, 801-822.

17. Stoll, H. (1973). The Relationship between Put and Call Option Prices: Reply. Journal of Finance, 28, 185-187.

18. Tucker, A. L. (1992). Financial Futures, Options and Swaps. Mn.: West Publishing Co..

2004 年 08 月 09 日收稿

2004 年 09 月 21 日初審

2004 年 12 月 10 日複審

2004 年 12 月 28 日接受