

# 以螞蟻群聚最佳化整合噪音擾動法求解 TSP 問題

## SLOVING TSP PROBLEMS BY ANT COLONY OPTIMIZATION AND NOISING METHOD

蘇純縉 翁瑞聰

國立雲林科技大學工業工程與管理研究所

Chwen-Tzeng Su Rui-Cong Weng

*Department of Industrial Management*

*National Yun-Lin University of Science & Technology*

### 摘 要

螞蟻群聚最佳化 (Ant Colony Optimization ; ACO) 是由 Dorigo 在 1991 年所發表的一個新的啟發式演算法，並成功的運用於銷售員旅行問題 (Traveling Salesman Problem ; TSP) 問題上。由於 ACO 演算法的參數較難控制且會影響求解品質。因此，本研究主要是改善 ACO 演算法，針對 TSP 問題進行求解。本研究主要發展兩個演算法：模糊螞蟻群聚最佳解 (Fuzzy Ant Colony Optimization ; FACO) 及噪音螞蟻群聚最佳解 (Noising Ant Colony Optimizatio ; NACO) 。FACO 與 NACO 模型在經過 TSPLIB 題庫之國際例題測試後，確實比傳統 ACO 有較佳的求解品質，且比基因演算法更易收斂且求解品質也較佳。

**關鍵詞：**銷售員旅行問題、螞蟻群聚最佳化、模糊理論、噪音擾動法

### ABSTRACT

Ant Colony Optimization (ACO) issued by Dorigo in 1991 is a heuristic algorithm and applied to traveling salesman problem (TSP) successfully. Owing to the parameters of ACO algorithm is hard to be controlled and ACO algorithm would influence the quality of searching for answers; so, the purpose of this study is to improve ACO algorithm and search for answers in accordance with TSP. This main study develops two algorithms: Fuzzy Ant Colony Optimization (FACO) & Noising Ant Colony Optimization (NACO). After testing FACO & NACO model through TSPLIB, it proves they are better than

traditional ACO in quality and much easier to converge than Genetic Algorithm (GA) and have better quality.

**Key Words:** Traveling Salesman Problem (TSP), Ant Colony Optimization (ACO), Fuzzy Theory, Noising Method (NM)

## 壹、緒論

銷售員旅行問題 (Traveling Salesman Problem; TSP) 為路線問題中最基本也是最為重要的。此問題最早由 Hassler Whitney 於 1934 年提出,當時為美國軍方建立全國通訊路線而延伸出來的問題, TSP 問題目前已被證實為 NP-Complete 的問題 (Garey, 1979)。因此,當問題變大時,解空間會迅速增大,無法以一多項式函數來求得最佳解。

TSP 問題的定義為:「一推銷員需拜訪  $n$  個城市,尋找一條通過所有城市恰一次並回到起始城市的最小成本迴路」。TSP 問題可以分枝定限法 (Branch-and-Bound; B&B) 拉氏鬆弛法 (Lagrangean Relaxation) 切割平面法 (Cutting Plane) 等方法來求得最佳解,但隨著問題愈大,其求解時間也呈指數增加,因此要在合理的時間內求解 TSP 問題時,大多以啟發式方法來求解。

螞蟻群聚最佳化 (Ant colony optimization; ACO) 最早是由 (Dorigo, 1991) 所發表的一個新想法,之後 (Dorigo, 1996) 針對 TSP 問題提出了第一個最佳化模型, ACO 為仿螞蟻 (ant) 社會覓食行為的演算法,螞蟻透過費洛蒙機率函數來選擇要行走的路徑,在真實的螞蟻中,彼此以費洛蒙 (pheromone) 激素作

為溝通的方法,螞蟻在選擇行進路線時,透過費洛蒙達到: 1. 選擇行走的方向。2. 記錄蟻穴與食物間的路徑。3. 通知其他螞蟻正確的地點 (食物)。

ACO 演算法有別於其它的啟發式演算 (如: 基因演算法 Genetic Algorithm、模擬退火法 Simulated Annealing、禁忌搜尋 Tabu Search 等), ACO 是透過某種法則 (rule) 來進行找解,此法則若是設計得當,即可在短時間收斂至近似解或最佳解。ACO 演算法有許多的參數,隨著參數的不同將大大影響求解的品質及時間,例如參數  $\beta$  太大時,演算過程快速收斂,但不易跳離區域最佳解;反之, $\beta$  過小時造成求解時間太久且不易收斂。因此,本研究模糊螞蟻群聚最佳化 (Fuzzy Ant Colony Optimization; FACO) 模型,即利用模糊理論 (Fuzzy Theory),在 ACO 演算過程中來控制參數  $\beta$  值;除此之外,本研究並探討傳統的 ACO 演算法在法則設計上有何不良,在費洛蒙機率函數中設計一懲罰函數,使 ACO 演算法更容易找到最佳解;而第二個模型為將噪音擾動法 (Noising Method; NM) 加入 ACO 演算法中,以此解決當參數  $\beta$  值過高時不易跳離區域最佳解的情況,並藉此重新訓練螞蟻在地圖上所留下的費洛蒙。在測試例題方面,本研究取國際網路所公開之 TSPLIB 題庫 Reinelt (1991),以對稱 (Symmetric)

及非對稱 (Asymmetric) 的 TSP 問題各五題進行測試。

## 貳、文獻探討

### 一、銷售員旅行問題

銷售員旅行問題 (Traveling Salesman Problem; TSP) 為網路迴路問題中最典型的一種, 典型的 TSP 問題可定義為從某一城市出發, 在所有城市皆拜訪一次又回到起始城市的限制下, 找尋一最短路徑。求解 TSP 問題的方法可分為確切解法 (Exact Algorithm) 及啟發式解法 (Heuristic Algorithm) 兩種, 確切解法如: 分枝界限法 (Branch-and-Bound) (Volgenant, 1982)、(Fishetti, 1993)、動態規劃 (Dynamic Programming) (Jellouli, 2000) (Hansen, 1962) 整數規劃 (Linear Programming) (Gomory, 1963) 等, 雖然這些方法都可以找到最佳解, 但隨著問題的增加, 其求解時間呈指數增加, 無法在合理的時間內完成求解; 因此, 當問題規模很大時, 大多以啟發式演算法來求解。TSP 傳統啟發式解法大概可分為三種: 1. 途徑建構, 如: 節省法 (Clarke, 1964)。2. 途徑改善, 如: 模擬退火法 (Simulated Annealing) (Kirkpatrick, 1984) (羅中育, 2000) 禁忌搜尋 (Tabu Search) (Knox, 1994)、門檻接受法 (Threshold accepting) (韓復華, 1996)。3. 綜合法 (吳泰熙, 1997)。上述方法為目前較常見的啟發式演算法的方式。

### 二、ACO 演算法在 TSP 問題之應用

ACO 演算法最早的觀念是由 (Dorigo, 1991) 所提出, 當時的演算法名稱為螞蟻系統 (Ant Systems; AS), (Dorigo, 1996) 提出第一個最佳化模型, 且在 1997 年成功的應用在 TSP 問題 (Dorigo, 1997), 名稱為螞蟻群聚系統 (Ant Colony System; ACS), Dorigo 將 ACS 演算法與 GA、SA 等啟發式演算法以 TSPLIB 國際例題進行比較, 其結果皆優於其它演算法, 在大型例題的測試方面, 如: rat778 (778-city problem) fl1577 (1577-city problem) 等, 其結果與最佳解誤差皆小於 3.5%, 由此看出 ACS 演算法的發展潛力。

Stützle and Hoos (1997) 提出不同於 Dorigo 的費洛蒙機率函數模型, 測試國際例題的結果在城市小於 200 情況下, 其最佳解誤差皆小於 2%。(Dorigo, 2000) 年針對 TSP 問題提出最新模型, 也模型的演算法名稱為螞蟻群聚最佳化 (Ant colony optimization; ACO), 本研究也是以此模型來進行改善。因為參數  $\beta$  值的不同將大大影響求解的品質及時間, 因此本研究第一個模型將以模糊理論 (Fuzzy Theory) 來控制參數  $\beta$  值。

近幾年來, ACO 演算法除了成功應用於 TSP 問題上, 在二次指派問題 (Quadratic Assignment Problem) (Maniezzo, 1998) (Maniezzo, 1999) 排程問題 (Scheduling Problems) (Stützle, 1997) (Buauer, 1999) VRP 問題 (Vehicle Routing Problem) (Dorigo, 1999) 等問題上, 皆有不錯的表現。

### 三、噪音擾動法

噪音擾動法 (Noising Method; NM)

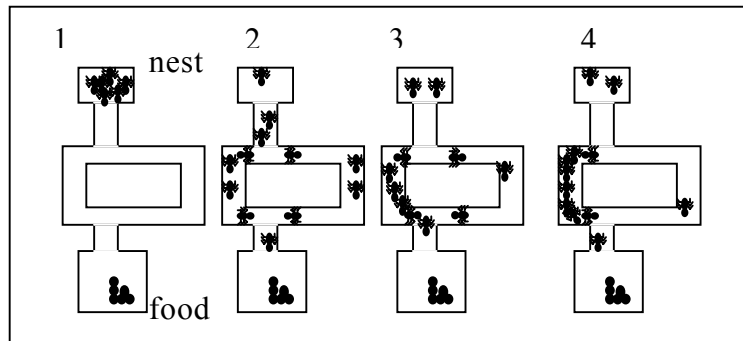


圖1 螞蟻覓食示意圖

最早由( Charon & Hudry, 1993 )所提出，並且成功的將 NM 演算法運用在 Clique Partitioning Problem 上。NM 為原始搜尋空間與成本擾動空間兩者交替搜尋之雙層架構，亦即當演算法在原本的成本函數下搜尋陷入區域最佳解時，此時隨機產生噪音量 (Noise) 來擾動原來的成本函數，之後再對擾動後的成本函數進行找解，一段時間後再對應到原本函數繼續求解，藉此動作來離區域最佳解。

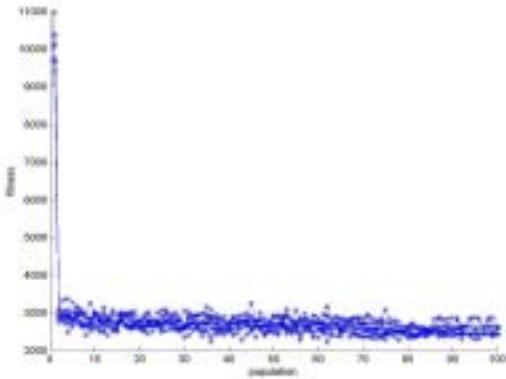
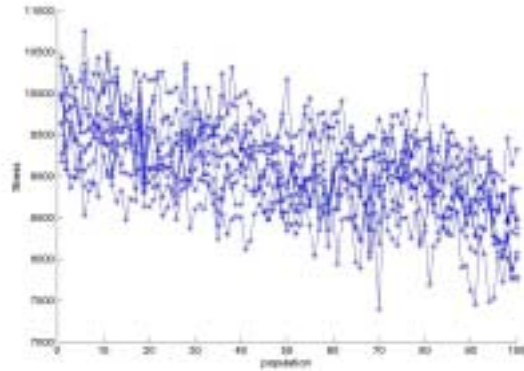
(韓復華、陳國清等人, 1996)(韓復華、陳國清等人, 1997), 將 NM 演算法應用於 TSP 問題上，其結果顯示，大幅度的噪音擾動其求解成效並不理想。除此之外，韓復華等人 (1998)(1999)(2000) 也將 NM 演算法結合其它啟發式演算法成功的應用在 VRP 問題上，由此可知 NM 法在跳離區域最佳解有好的成效。因此，本研究第二個模型，考慮將 NM 演算法加入 ACO 演算法，來幫助 ACO 演算法當參數  $\beta$  值過高時，不易跳離區域最佳解的情況，並藉此重新訓練螞蟻在地圖上所留下的費洛蒙。

## 參、ACO 應用於 TSP 的方法與架構

### 一、傳統 ACO 演算法應用於 TSP 問題的探討

ACO 演算法為仿真實螞蟻覓食行為的演算法，螞蟻間以費洛蒙 (pheromone) 激素作為彼此溝通的方法，蟻群一開始會隨機行走於蟻穴與食物與的各個路徑，但經一段時間後，比較短的路徑會留下較多的費洛蒙激素，大多數的螞蟻即會依此路徑來回於蟻穴與食物間 (Dorigo, 1996)，圖 1 即為真實螞蟻覓食的示意圖，ACO 演算法即依此觀念所發展的，ACO 演算法將每一隻螞蟻的費洛蒙數量固定，比較短的路徑所殘留單位費洛蒙量就要多，藉此來達到收斂的效果；除此之外，ACO 演算法在搜尋的過程中，尚需遵循一定的法則，藉此來加快收斂的速度。因此，法則的設計將影響求解結果。

螞蟻位於城市  $i$  要選擇下一城市  $j$  時，需透過費洛蒙機率函數，下式(1)為 (Dorigo, 2000) 年所提出的費洛蒙機率

圖2  $\beta=7$  的收斂過程圖圖3  $\beta=0.3$  的收斂過程圖

函數，為  $P_{ij}^k(t)$  為第  $k$  隻螞蟻在  $t$  次迭代中從城市  $i$  到城市  $j$  的機率；其中  $\tau_{ij}(t)$  為第  $t$  次迭代地圖上城市  $i$  到城市  $j$  的費洛蒙數， $\eta_{ij}$  為螞蟻的搜尋法則，在 TSP 問題中  $\eta_{ij} = 1 / d_{ij}$  ( $d_{ij}$  為城市  $i$  到城市  $j$  的距離)， $G_k(i)$  為尚未走過的城市集合。假如  $\alpha=0$ ，螞蟻群聚最佳化即類似貪心演算法 (Greedy Algorithm)；假如  $\beta=0$ ，螞蟻就會漫無目標的進行搜解，難以收斂，(2)式中  $\tau_{ij}^k(t)$  表第  $k$  隻螞蟻於第  $t$  次迭代中城市  $i$  到城市  $j$  所下的費洛蒙數， $Q$  為一隻螞蟻的費洛蒙總量， $L_k$  為第  $k$  隻螞蟻行走路徑的總距離；數學式(4)  $\tau_{ij}(t)$  表所有螞蟻殘留下的費洛蒙數；數學式(3)為費洛蒙地圖的更新， $\rho$  為上一迭代費洛蒙激素所殘留的比率。

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in G_k(i)} [\tau_{ih}(t)]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta} & \text{if } j \in G_k(i) \\ 0 & \text{if } j \notin G_k(i) \end{cases} \quad (1)$$

$$\Delta \tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Q/L_k & \text{if edge } (i,j) \in Tk(t) \\ 0 & \text{if edge } (i,j) \notin Tk(t) \end{cases} \quad (2)$$

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho)\tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t) \quad (3)$$

$$\Delta \tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k(t) \quad (4)$$

文獻中最佳參數 (Dorigo, 2000) 建議為  $\alpha=1$ ， $\beta=5$ ， $\rho=0.5$ ， $Q=100$ 。下面為了解  $\beta$  值在較大及較小時 ACO 演算法的收斂過程，因此針對  $\beta$  取有明顯效果的 0.3 及 7 來做測試。圖 2 為此模型下，測試國際題庫例題 ft70 在參數  $\beta=7$  的收斂過程圖；圖 3 則為在參數  $\beta=0.3$  的收斂過程圖，由這兩個圖中可看出參數  $\beta$  大大影響求解的品質及時間，過大的值  $\beta$  將使求解快速收斂，但在此情況下不易跳離最佳解；過小的  $\beta$  將使求解不易收斂且無效率。

由於參數  $\beta$  值對其收斂有很大的影響，因此，本研究第一個模型以模糊理論來控制參數  $\beta$  值。除此之外，本研究於模型中加入懲罰值的概念，此懲罰值是根據修正在原本的費洛蒙機率函數下，螞蟻搜解較無法得到最佳解原因，藉此懲罰值修正原函數。

## 二、模型一：Fuzzy Ant Colony Optimization (FACO)

此模型 FACO, 本研究以模糊理論來控制費洛蒙機率函數(1)中的  $\beta$  值, 並加入懲罰值的概念, 使螞蟻在搜解過程中不易落入區域最佳解中。

### (一) 控制 $\beta$ 值

在此模型中, 本研究以不固定的  $\beta$  值進行求解, 當  $\beta$  值很低時, 透過控制快速提高  $\beta$  值; 當  $\beta$  值過高落入區域最佳解時, 透過控制來降低  $\beta$  值。三角模糊隸屬函數簡單且為實用的模糊隸屬函數, 因此, 本研究以連續型三角模糊數來定義控制  $\beta$  值的模糊集合 (Klir, 1997), 各模糊隸屬函數表示如圖 4 至圖 7。

在螞蟻同一迭代的求解品質差異隸屬函數方面, 其中  $D_1$  及  $D_2$  分別表示語意為離散程度為小與大的隸屬函數; 在離最終迭代次數差距的隸屬函數方面, 其中  $O_1$  及  $O_2$  分別表示語意為近與遠的隸屬函數; 在相同  $\beta$  值搜解時間的隸屬函數方面,  $T_1$  與  $T_2$  分別代表語意為短及遠的隸屬函數。

推論法則如下(5):

- 1.If  $d$  is  $D_1$  and  $t$  is  $T_1$  and  $o$  is  $O_1$  THEN  $b$  is  $B_2$ .
- 2.If  $d$  is  $D_1$  and  $t$  is  $T_1$  and  $o$  is  $O_2$  THEN  $b$  is  $B_3$ .
- 3.If  $d$  is  $D_1$  and  $t$  is  $T_2$  and  $o$  is  $O_1$  THEN  $b$  is  $B_1$ .
- 4.If  $d$  is  $D_1$  and  $t$  is  $T_2$  and  $o$  is  $O_2$  THEN  $b$  is  $B_3$ .
- 5.If  $d$  is  $D_2$  and  $t$  is  $T_1$  and  $o$  is  $O_1$  THEN  $b$  is  $B_2$ .
- 6.If  $d$  is  $D_2$  and  $t$  is  $T_1$  and  $o$  is  $O_2$  THEN  $b$  is  $B_3$ .

7.If  $d$  is  $D_2$  and  $t$  is  $T_2$  and  $o$  is  $O_1$  THEN  $b$  is  $B_3$ .

8.If  $d$  is  $D_2$  and  $t$  is  $T_2$  and  $o$  is  $O_2$  THEN  $b$  is  $B_3$ . (5)

以螞蟻在同一迭代求解品質的離散程度、同  $\beta$  值搜解時間及離最終迭代次數差距等條件來控制  $\beta$  值的加減, 當然在實際執行過程中將  $\beta$  值設上下界限為 7 及 0.3; 此推論主要觀念是當  $\beta$  值過大時, 螞蟻即於最佳解附近搜解, 但已由圖 2 可看出, 過大  $\beta$  值造成  $\eta_{ij}$  權重太大使得螞蟻不易跳離區域最佳解, 因此當另一條件 (搜尋時間久) 時, 其結果就是調降  $\beta$  值; 反之, 當螞蟻解間離散程度過大 (如圖 2), 又搜尋時間久我們將大幅增加  $\beta$  值。除此之外, 我們又希望螞蟻搜解於達最終條件時收斂, 所以設有條件  $O$  (離最終迭代次數差距), 以上述規則來控制  $\beta$  值。

在推論上本研究是採 Mamdani 的 max-min 推論法則, 如下式(6), 在解模糊方面, 本研究是採用重心法 (Center of Gravity)。

$$\begin{aligned} \mu_{\sim B}(b) &= \bigvee_{k=1}^m \{ \underbrace{\mu_{D_k}(d)}_{\sim} \wedge \underbrace{\mu_{T_k}(t)}_{\sim} \wedge \underbrace{\mu_{O_k}(o)}_{\sim} \} \\ &= \max_{k=1}^m \left\{ \min \left\{ \underbrace{\mu_{D_k}(d)}_{\sim}, \underbrace{\mu_{T_k}(t)}_{\sim}, \underbrace{\mu_{O_k}(o)}_{\sim} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

### (二) 懲罰值控制

在這個部分, 本研究於 Dorigo 的費洛蒙機率函數中, 加入懲罰值的想法, 此懲罰值主要是做為修正所設計的搜尋法則 ( $\eta_{ij}$ ) 不足的地方。表 1 為一 TSP 矩陣, 以 Dorigo 的費洛蒙機率函數, 螞

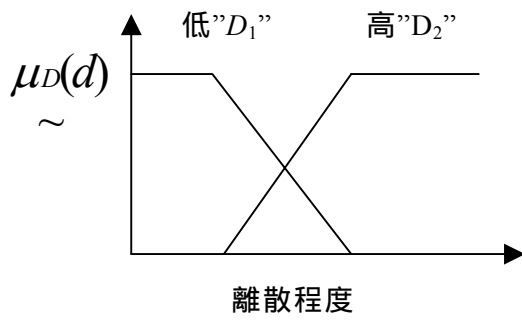


圖 4 螞蟻解品質差異的隸屬函數

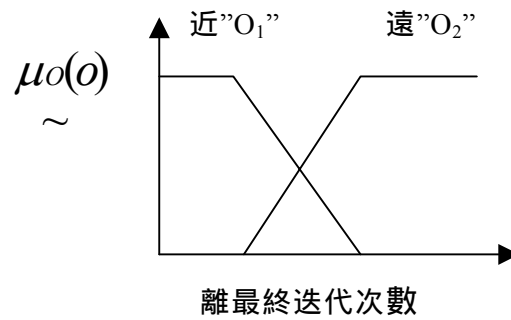


圖 5 離最終迭代次數差距的隸屬函數

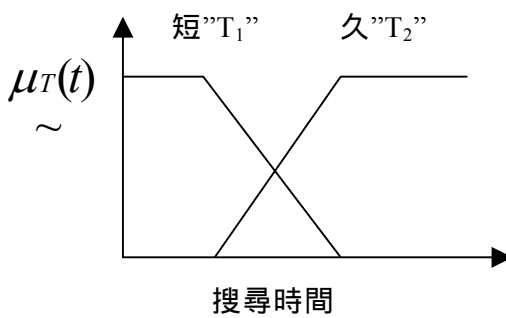


圖 6 在相同β值上搜解時間的隸屬函數

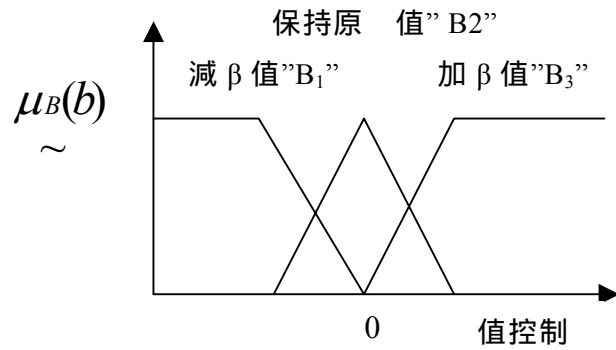


圖 7 β值控制的隸屬函數

蟻由城市 3 選擇下一城市時，城市 4 被選的機率較大 ( $\eta_{34} = 1/d_{34} = 1/5$ )，如此一來再往後城市 4 就不可能再被到達，因此從城市 2 到城市 4 這個數字就無法被選到，因此 Dorigo 所設計的費洛蒙機率函數，並無考慮到行，所以本研究將費洛蒙機率函數修正如(7)：

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)e^\lambda]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in G^k(i)} [\tau_{ih}(t)e^\lambda]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta} & \text{if } j \in G^k(i) \\ 0 & \text{if } j \notin G^k(i) \end{cases} \quad (7)$$

，其中  $\lambda$  值，本研究以模糊理論進行控制，其隸屬函數如圖 8 至圖 10。行適合度的隸屬函數方面， $I_1$  值表示語意為行適合度高的隸屬函數；列適合度的隸屬函數方面， $I_2$  值表示語意為列適合度高的隸屬函數；在  $\lambda$  值推論的隸屬函數方面， $P_1$  表示語意為懲罰權重的隸屬函數。其中  $X_1$  值為  $|\min_i d_{ij} - d_{ij}|$ ， $X_2$  值為  $|\min_j d_{ij} - d_{ij}|$ ；其推論採 Mamdani 法（邏輯積），解模糊採用重心法（Center of Gravity）。

表 1 TSP 矩陣

City 3	1	2	9	3	3
	3	5	7	1	7
	8	9	-	5	6
	13	10	4	-	3
	2	3	6	12	6

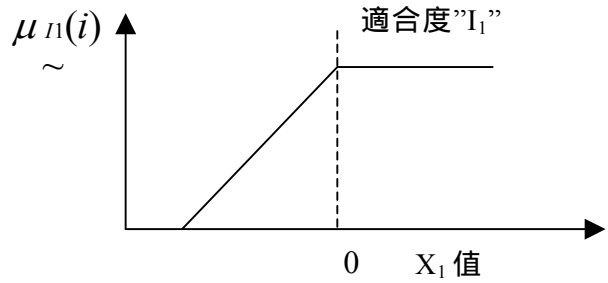


圖 8 行適合度的隸屬函數

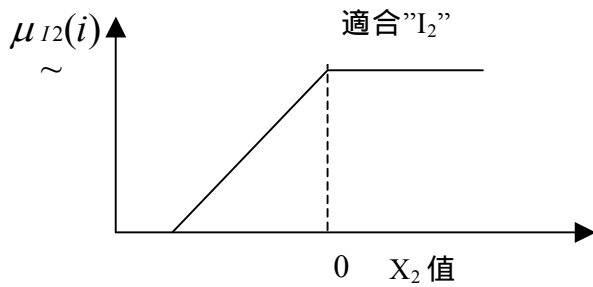


圖 9 列適合度的隸屬函數

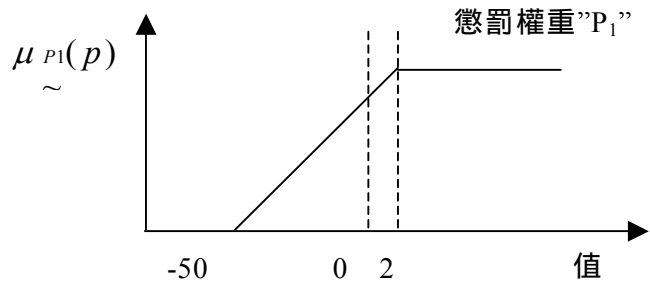


圖 10 λ 值推論的隸屬函數

(三) 演算流程

在這個部分主要是介紹 FACO 的演算流程，流程如下：

- Step1. 隨機產生K組起始解。
- Step2. 計算每組解的總路徑長 (Lk)。
- Step3. 設迭代計數器 t=1。
- Step4. 計算每隻螞蟻在地圖上殘留的費洛蒙量  $\tau_{ij}^k(t)$ ，式子(2)。
- Step5. 計算計算地圖上的費洛蒙總量  $\tau_{ij}(t)$ ，式子(4)。
- Step6. 更新費洛蒙地圖，式子(3)。
- Step7. 設k=1。
- Step8. 以模糊控制決定λ值。

- Step9. 以費洛蒙機率函數(7)決定螞蟻於城市i選擇要行走的城市j， $j \in G_k(i)$ 。
- Step10. 更新候選名單 $G_k(i)$ ，尚未走過的城市。
- Step11. 螞蟻k是否走完所有城市，是跳至Step12；否則跳至Step8。
- Step12. 當 $k < K$ 跳至Step8且 $k = k + 1$ ，否則跳至Step13。
- Step13. 計算每組解的總路徑長(Lk)。
- Step14. 當 $t < T$ 跳至Step15且 $t = t + 1$ ，否則結束。
- Step15. 以模糊規則(5)及模糊資料庫修正β值，跳至Step4。



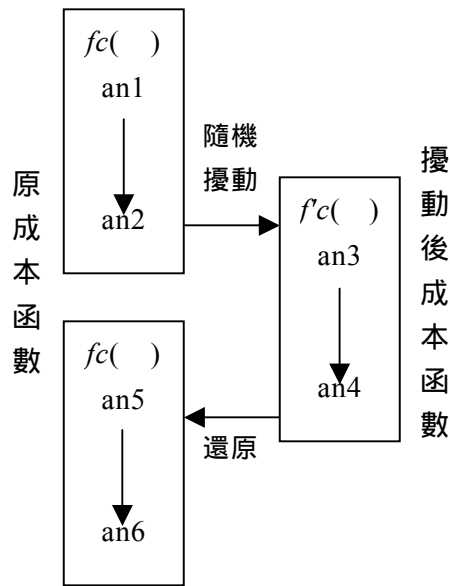


圖11 噪音擾動法示意圖

表2 噪音擾動法擾動步驟

- Step1.* 達擾動條件時(迭代  $t > n2$ )，對原始成本空間  $fc(\bullet)$  進行擾動， $d_{ij}' = d_{ij} + r * \gamma * d_{max}$ 。
- Step2.* 費洛蒙機率函數中  $\eta_{ij}$  以  $d_{ij}'$  取代  $d_{ij}$  進行搜解。
- Step3.* 經迭代  $n3 \sim n4$ ，螞蟻回到原成本空間進行搜解。

## 二、模型二：Noising Ant Colony Optimization (NACO)

本研究第二個模型，乃固定  $\beta$  值於較高的情況下，由於費洛蒙機率函數的  $\eta_{ij}$  值權重過高，使得螞蟻在搜解的過程中不易跳離區域最佳解(如圖2)，因此，本研究在此模型中加入噪音擾動法(NM)，藉此來跳離區域最佳解，且可重新訓練費洛蒙地圖。圖11為整個擾動過程的示意圖，其擾動的步驟如表2。

主要演算流程是當螞蟻群聚最佳化演算法，在原始成本空間  $fc(\bullet)$  (原始TSP矩陣)進行搜解經一段時間後( $a_{n1}$ 至 $a_{n2}$ )，螞蟻群聚最佳化改搜尋擾動後的成本函數  $f'c(\bullet)$ ，其中擾動後TSP矩陣  $d_{ij}'$  值為原始TSP矩陣  $d_{ij}$  值加上  $r * \gamma * d_{max}$ ，其中  $r$  值為小於1的隨機亂數、 $\gamma$  值為擾動參數、 $d_{max}$  為  $\max\{d_{ij}\}$ 。此

時， $\eta_{ij}$  以  $d_{ij}'$  取代  $d_{ij}$  進行搜解，在經過  $a_{n3}$  至  $a_{n4}$  的搜解迭代後，螞蟻群聚最佳化即回到原始的成本空間搜解。

## 肆、ACO應用於TSP問題之測試

### 結果

本文TSP測試例題為國際測試題庫TSPLIB之例題Reinelt(1991)，從中選取對稱TSP問題與不對稱TSP問題各五題；對稱TSP問題意指成本  $C_{ij} = C_{ji}$ ，不對稱TSP問題意指成本  $C_{ij} \neq C_{ji}$ 。表3為本研究測試例題之名稱及其資料形態等基本資料。

### 一、參數分析與設定

表3 TSP測試例題

			非對稱 TSP 問題		
例題編號	例題	城市數	資料類型	目前已知最佳解	來源
1	ftv38	39	成本矩陣	1530	[7]
2	ft53	53	成本矩陣	6905	[7]
3	ftv70	71	成本矩陣	1950	[7]
4	kro124p	100	成本矩陣	36230	[7]
5	ftv170	171	成本矩陣	2755	[7]
			對稱 TSP 問題		
例題編號	例題	城市數	資料類型	目前已知最佳解	來源
6	swiss42	42	成本矩陣	1273	[7]
7	berlin52	52	平面座標	7542	[7]
8	pr76	76	平面座標	108159	[7]
9	kroa100	100	平面座標	21282	[7]
10	bier127	127	平面座標	118282	[7]

表4 FACO參數分析GAP%值

$\alpha$	$\beta$	GAP%值			平均時間 (CPU秒)
		0.5	1	7	
0.5		3.325	3.558	3.127	40.12
	1	3.204	4.244	4.095	41.35
	2	3.602	3.556	3.712	40.85
平均時間		40.95	40.42	40.95	

表5 FACO參數分析ANOVA表

因子	t值	p值
$\alpha$	11.146	0.000
$\beta$	7.320	0.001
$\alpha*\beta$	6.780	0.000

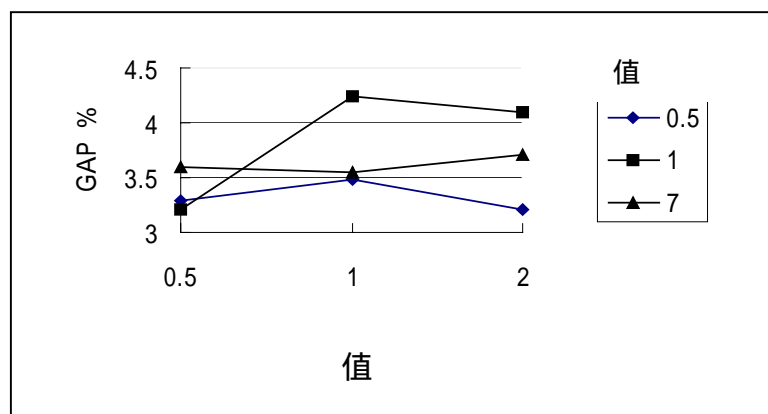


圖12 FACO參數交互作用圖

因為本研究設計的兩個演算法模型，其參數需自行調整，而不同的參數設定值對求解品質有相當的影響，因此，在這個部分主要是探討各參數間的變化對求解品質的影響。

#### (一) FACO參數探討

在 FACO 的模型中，雖然參數  $\beta$  以模糊理論進行控制，但本研究想了解一開始參數  $\beta$  的設定是否對求解品質有影響，以及  $\alpha$  與  $\beta$  間是否有交互作用。下表 4 為 kro124p、ftv170、kroa100、bier127 四個國際例題所測試出來的平均 GAP 值 ( $GAP\% = (\text{演算法解} - \text{最佳解}) / \text{最佳解} * \%$ )，每一水準下執行 30 次。

由表 4 與表 5 可看出參數  $\alpha$  與  $\beta$  皆會對求解品質有影響，且表 5 與圖 12 皆顯示出兩者間有交互作用的關係。當  $\alpha$  值較高時，將使得  $\beta$  值的改變不易對螞蟻搜解過程不易產生影響，主因是因為過高的  $\alpha$  值，使得式子(7)中的  $\tau_{ij}(t)$  權重太高。隨然這個模型參數  $\beta$  值可藉過模糊理論來制是控，但由圖 13 與圖 14 中

可看出， $\beta$  值的起始值也很影響螞蟻的搜解過程，以較高的  $\beta$  值當起始值，因為快速收斂的原因，造成費洛蒙地圖的訓練過快，所以之後  $\beta$  值的改變也很難跳出區域最佳解，因此，在這個模型中以較小的  $\beta$  值當起始值，對求解品質有較佳的效果。

#### (二) NACO參數探討

在 NACO 模型中，由於參數  $\beta$  是固定在較高的值，所以在此主要是探討參數  $\alpha$  與  $\gamma$  兩者對求解品質的影響，表 6 為 kro124p、ftv170、kroa100、bier127 四個國際例題所測試出來的平均 GAP 值。

由表 6 與表 7 可看出參數  $\alpha$  與  $\gamma$  皆會對求解品質有影響且，並由圖 15 可看出因子間有交互作用的關係。當  $\alpha$  值較高  $\gamma < 1$  的情況下，其噪音擾動的效果對螞蟻搜解過程產生的影響不大，其因原也是受費洛蒙地圖的影響 ( $\tau_{ij}(t)$ )。所以在此模型中，本研究建議採用  $\gamma > 1$  的參數值，因為太小的  $\gamma$  值受費洛蒙值的影響使得上升的幅度不大，較不易跳出區

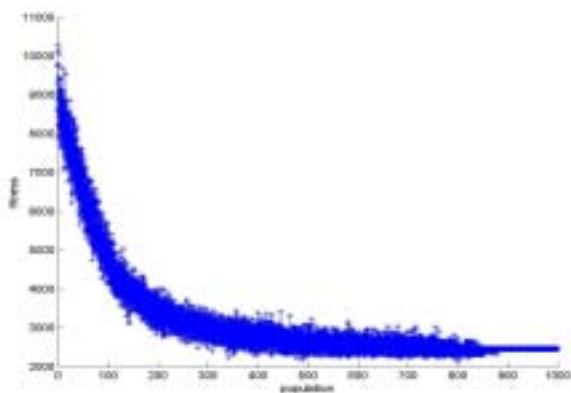


圖13 FACO參數 $\beta=0.5$ 為起始值的收斂過程圖

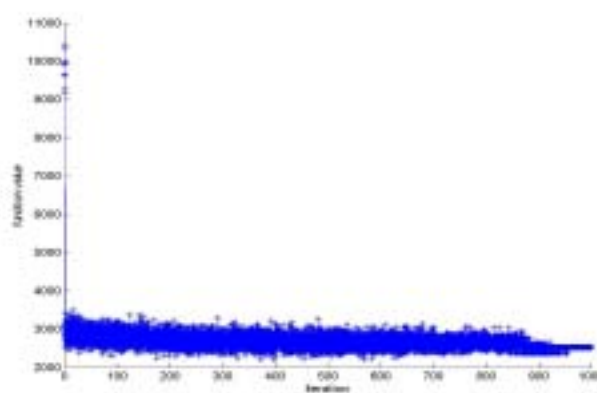


圖14 FACO參數 $\beta=6$ 為起始值的收斂過程圖

表6 NACO參數分析GAP%值

$\alpha$	$\gamma$			平均時間 (CPU秒)
	0.5	1	3	
0.5	3.669	2.672	2.285	41.13
1	3.441	3.484	3.186	42.35
2	3.919	3.901	3.4	41.95
平均時間	41.12	42.35	41.96	

表7 NACO參數分析ANOVA表

因子	t值	p值
$\alpha$	62.46	0.000
$\gamma$	9.166	0.000
$\alpha*\gamma$	3.47	0.011

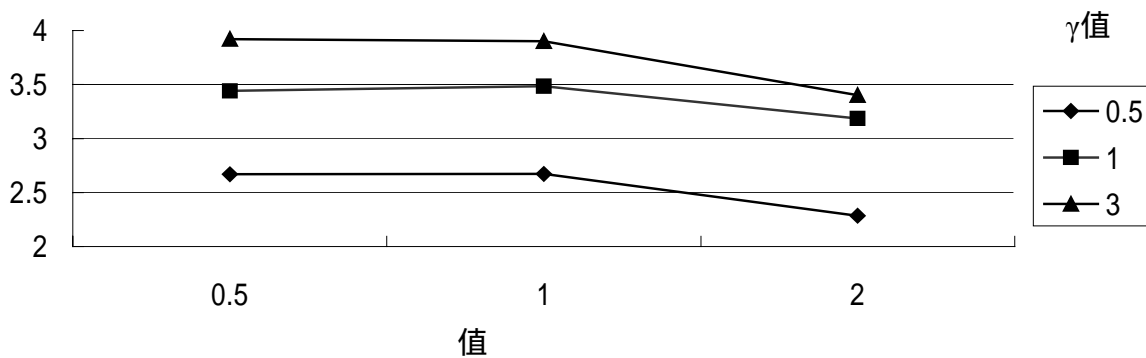


圖15 NACO參數交互作用圖

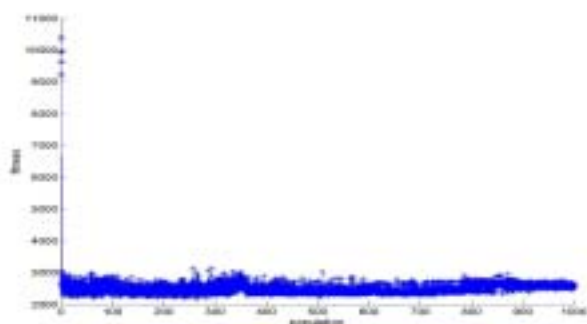


圖16 NACO參數 $\gamma=0.5$ 為起始值的收斂過程圖

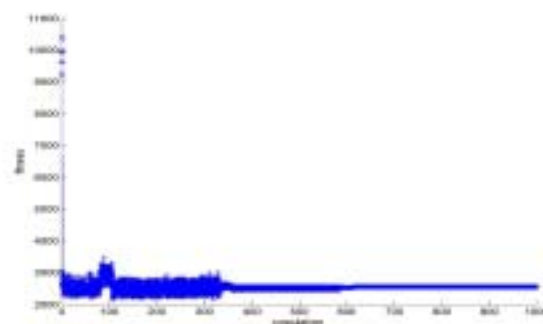


圖17 NACO參數 $\gamma=3$ 為起始值的收斂過程圖

域最佳解，因此在這邊以 $\gamma = 3$ 為最適的水準。圖16、圖17分別為 $\gamma = 0.5$ 與 $\gamma = 3$ 時的收斂圖，由圖16中可看出利用噪音擾動法的成效比較不大，而圖17以較高的 $\gamma$ 值其成效較大。

## 二、演算法之比較

在這個部份主要是比較各演算法的求解品質，本研究所採用基因演算法（Genetic Algorithm；GA）為Whitley（1990）的模型，隨著問題變大，測試GA的迭代也會增加，以確保GA能達到收斂效果；FACO、NACO、ACO三個演算法，由於搜特殊，所以迭代數皆固定為1000來作測試。由表8及圖18可看出NACO模型的求解效果最佳，本研究發現由於FACO演算法的模糊隸屬函數集合範圍較難設定，且範圍的大小也會影響到求解的品質，這有可能是影響FACO模型求解效果較不佳的原因；而NACO演算法具有較佳的求解品質，經由修正後的費洛蒙機率函數來搜解，再加上噪音擾動法來跳離區域最佳解且改變費洛蒙地圖的訓練，使得NACO具有較佳的搜尋效果；而GA的求解效較不理想，在測試過程中，

本研究發現GA在較後面的求解只藉著突變與交配是很難跳出區域最佳解的，因為所交配或突變出的染色體適存值要是比族群中的染色體差，是很難被選上的，就算選上經過幾代後又會被取代回來，因此很難跳離區域最佳解，圖19為GA測試ftv70的收斂過程圖，由圖中可發現，在3000代後的搜解，其突變與交配很難使GA跳出區域最佳解。

## 伍、結論與建議

### 一、結論

本研究設計的兩個演算法（FACO及NACO），兩者皆比傳統的螞蟻群聚最佳化有較佳的求解品質，且藉過實驗設計來了解FACO及NACO的最佳參數組合，其具體的成果內容如下：

1. 改善原本的費洛蒙機率函數式子(7)，使螞蟻有最佳的求解品質。
2. 將模糊理論運用於ACO演算法上。

表8 各演算法GAP比較表

例題	FACO		NACO		ACO		GA	
	平均GAP%	平均時間	平均GAP%	平均時間	平均GAP%	平均時間	平均GAP%	平均時間
ftv38	0	10.6	0	11.5	0.002	9.12	0.005	23.4
ft53	3.56	17.4	3.14	19.7	4.67	16.4	5.56	25.6
ftv70	1.53	22.6	1.23	23.4	3.35	22.4	4.25	29.3
kro124p	3.21	35.3	3.18	38.9	3.87	34.4	4.50	33.7
ftv170	4.23	53.6	3.45	54.6	4.65	52.8	5.14	35.48
swiss42	0	13.4	0	14.6	0	13.29	0	23.5
berlin52	0.5	16.8	0	17.8	1.2	15.4	2.4	26.4
pr76	4.15	23.5	3.95	26.7	4.83	22.4	4.75	31.5
kroa100	3.47	32.2	3.24	35.4	4.48	31.6	5.13	32.8
bier127	4.65	36.5	3.98	37.1	5.32	35.3	5.76	34.2
平均	2.53	26.19	2.31	27.97	3.23	25.31	3.74	29.58

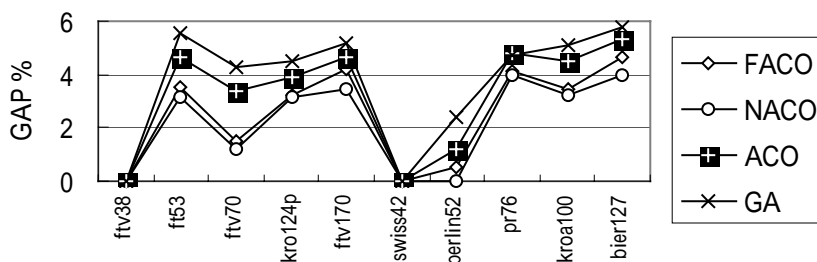


圖18 各演算法GAP比較圖

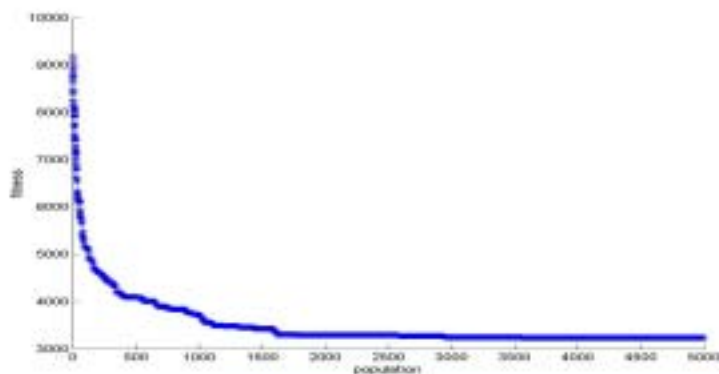


圖19 GA收斂過程圖

3. FACO 與 NACO 的求解品質上以 NACO 較佳，主要是因為 FACO 的糊隸屬函數集合範圍較難設定，其設定也會影響求解品質( FACO 的求解平均 GAP%為 2.53%；NACO 的求解平均 GAP%為 2.31%)。
4. 在 FACO 模型中，參數  $\alpha$  與  $\beta$  兩者皆會影響求解品質且具有交互作用，較高的  $\alpha$  值將使得  $\beta$  值的改變，對螞蟻的搜解過程較不具影響。且建議以較低的  $\beta$  值作為起始值。
5. 在 NACO 模型中，參數  $\alpha$  與  $\gamma$  對求解品質同樣有顯著影響，且有交互作用，本研究建議  $\gamma$  取大於 1 的值，因為透過費洛蒙機率函數 ( $\tau_{ij}(t)$ ) 的作用，會使得噪音擾動變得較無法產生效果。
6. FACO、NACO 較 GA 要來的容易收斂，且能收斂至較佳的解。

## 二、建議

本研究提出下列幾項建議，以供未來研究參考之用，其內容如下：

1. 由於 FACO 演算法的糊隸屬函數集合範圍較難設定，所以未來可考慮以類神經網路 (Neural Network) 來決定其範圍。
2. 由於 ACO 演算法，其求解時間會隨著問題增大而明顯的增加，因此未來可朝降低求解時間作為方向，以增加 ACO 的求解效率。
3. 目前本研究是將模糊理論運用於演算法的參數控制，未來可朝控制螞蟻的搜解過程作為方向，使螞蟻搜解更不

易落入區域最佳解中。

## 參考文獻

### 一、中文部分

1. 吳泰熙(1997)，以禁忌搜尋法則求解推銷員行問題，大葉學報，6(1)。
2. 陳國清(1996)，成本擾動法 (NM) 與兩極跳躍法 (FF) 在 TSP 問題應用之研究，國立交通大學運輸工程與管理學系畢業專題報告。
3. 韓復華、楊智凱(1996)，門檻接受法在 TSP 問題上之應用，運輸計劃季刊，25(2)，163-188。
4. 韓復華、陳國清、卓裕仁(1997)，成本擾動法在 TSP 問題上之應用，中華民國第二屆運輸網路研討會論文集，283-292。
5. 韓復華、卓裕仁(1998)，門檻接受法、噪音擾動法與搜尋空間平滑法在車輛路線問題之應用研究與比較分析，運輸學刊，9(3)，113-144。
6. 韓復華、卓裕仁、陳國清(1999)，五種巨集啟發式方法在 VRP 問題上的應用與比較，中華民國第四屆運輸網路研討會論文集，72-82。
7. 韓復華、卓裕仁(2000)，巨集啟發式方法在 TSP 與 VRP 上之應用：參數設定與執行機制之探討，中華民國第五屆運輸網路研討會論文集，72-82。
8. 羅中育(2000)，田口品質工程應用於模擬退火法參數組合—以旅行推銷員問

題 (TSP) 為例, 雲林科技大學工業工程與管理研究所碩士論文。

## 二、英文部分

1. Buauer, A., Bullnheimer, R. F., Strauss, C. (1999). An Ant Colony Optimization approach for the single machine total tardiness problem. Press, Piscataway, NJ, pp.1445-1450.
2. Charon, I., & Hudry, O. (1993). The noising method: A new method for combinatorial optimization. Operations Research Letters, 14, pp.133-137.
3. Clarke, G., & Wright, W. (1964). Scheduling of vehicles from a centralDepot to a number of delivery points. Operation Research, 12, pp. 568-581.
4. Dorigo, M., Maniezzo, V., Colorni, A. (1991). Positive feedback as a search strategy. Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano. Italy Technical Report 91-106.
5. Dorigo, M., Maniezzo, V., Colorni, A. (1996). The ant system: Optimization by acolony of cooperationg agents. IEEE Trans. Systems Man Cybernet, B26(1), pp.29-41.
6. Dorigo, M., Gambardella, L. M. (1997). Ant colony system: A cooperative learning approach to the tavelling salesman problem. IEEE, 53-66.
7. Dorigo, M., Di Caro, G., Gambardella, L. M. (1999). Ant algorithms for discrete optimization. Artificiaial Life 5(2), 137-172.
8. Dorigo, M., Bonabeau, E., Theraulaz, G. (2000). Ant algorithms and stigmergy. Future Generation Computer Systems, 16, 851-871.
9. Fishetti, M., Salazar, J. J, Toth, P. (1993). A branch and cut algorithm for the symmetric generalised travelling salesman. Problem, Working paper, University of Bologna.
10. Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1979). Computers and intractability: A guide to the theory of NP-completeness. Freeman, San Francisco.
11. Gomory. R. E. (1963). Solving linear programming problems in integers. Proceedings of Symposia in Applied Mathematics. 10, 211-215.
12. Hansen. M., & Karp, R. (1962). A dynamic programming approach to sequencing problems. SLAM Review, 10, 196-210.
13. Jellouli, O., Chatelet, E. (2000). Dynamic programming approach for the generalized traveling salesman problem. International Workshop, Minsk, Belarus.
14. Klir. G. J., Clair, U. S., & Yuan, B. (1997). Fuzzy set theory foundations and applications. Pretice-Hall, NJ, pp.174~186.
15. Kirkpatrick. A. (1984). Optimization by simulated annealing : Quantitative studies. Journal of statistical Physics,



- 34, 978-986.
16. Knox. J. (1994). Tabu search performance on the symmetric TSP. Computers and Operations Research, 21(8), 786-802.
17. Maniezzo, V. (1998). Exact and approximate nondeterministic tree-search procedures for the quadratic assignment problem. Scienze dell'Informazione, Universita di Bologna, Sede di Cesena, Italy , Technical Report CSR 98-1.
18. Maniezzo, V. (1999). A colony, the ant system applied to the quadratic assignment problem. IEEE Trans. Knowledge Data Eng., 11(5), 769-778.
19. Reinelt, G. (1991). TSPLIB - Traveling Salesman Problem Library ORSA Journal On Computing, 3, 376-384.
20. Stützle, T., Hoos, H. (1997). The MAX-MIN ant system and local search for the traveling salesman problem. IEEE Press, New York, 309-314.
21. Stützle, T. (1997). Ant approach to the flow shop problem. Technical Report AIDA-97-07, FG Intellektik, FB Informatik. TH Darmstadt, September.
22. Volgenant, T., & Jonker, R. (1982). A branch and bound algorithm for the symmetric traveling salesman problem based on the 1-tree relaxation. European Journal of Operational Research, 9, pp.83-89.
23. Whitley, D., Starkweather, T., Shaner D. (1990). Traveling salesman and sequence scheduling: Quality solutions using genetic edge recombination, in handbook of genetic algorithms. Van Nostrand.

**2003 年 04 月 03 日收稿**

**2003 年 04 月 16 日初審**

**2003 年 05 月 20 日接受**